



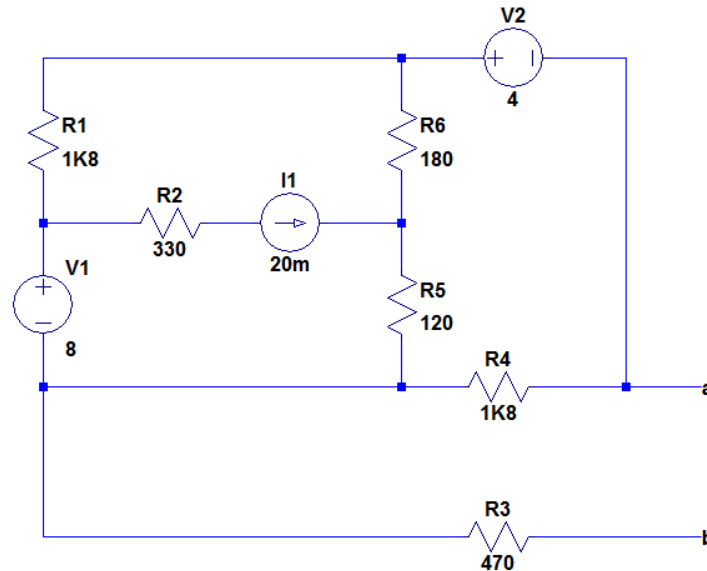
ULBRA
UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL



Análise de Engenharia de Circuitos Elétricos

Exercícios de exemplo – Equivalente Thévenin e Equivalente Norton

1. Calcule o equivalente Thévenin do circuito abaixo, em relação aos terminais a e b.



V_{Th} é a tensão de circuito aberto. Calculando por superposição, temos:

Ao matar as fontes I1 e V2, a tensão V_{ab} fica igual a tensão sobre R4, que está em paralelo com R5 + R6, e que está em série com R1 + V1.

$$V_{ab} = V1 * (R4 // (R5 + R6)) / (R1 + (R4 // (R5 + R6))) = 1 \text{ V}$$

Ao matar as fontes I1 e V1:

$$V_{ab} = - V2 * R4 / (R4 + (R1 // (R5 + R6))) = -3,5 \text{ V}$$

Ao matar V1 e V2:

$$V_{ab} = I1 * R5 / (R5 + (R6 + (R1 // R4))) * (R1 // R4) = 1,8 \text{ V}$$

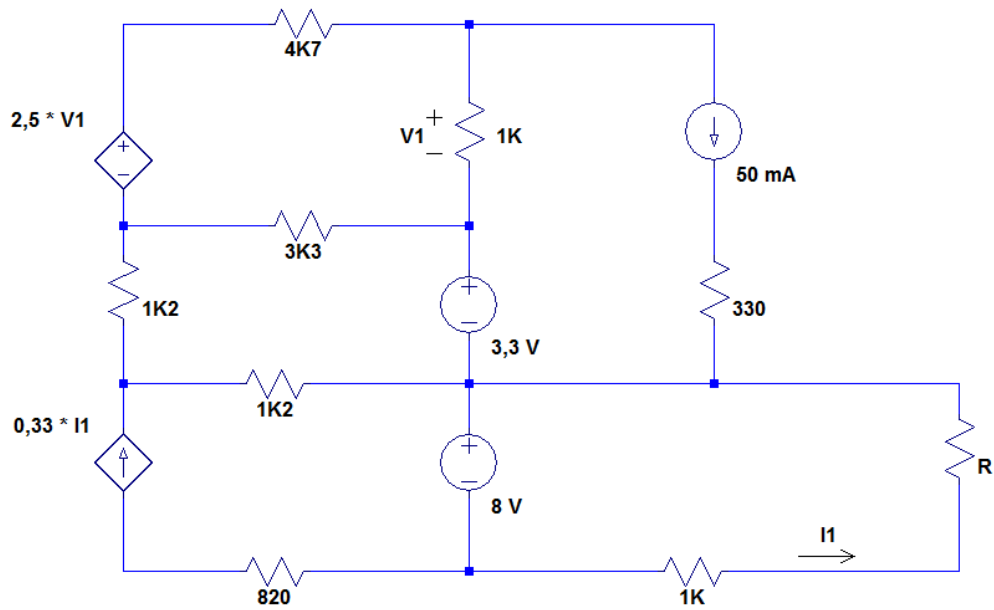
$$\text{Logo, } V_{Th} = 1 - 3,5 + 1,8 = -0,7 \text{ Volts}$$

R_{Th} pode ser calculado pela associação dos resistores quando todas as fontes estiverem mortas, ou seja:

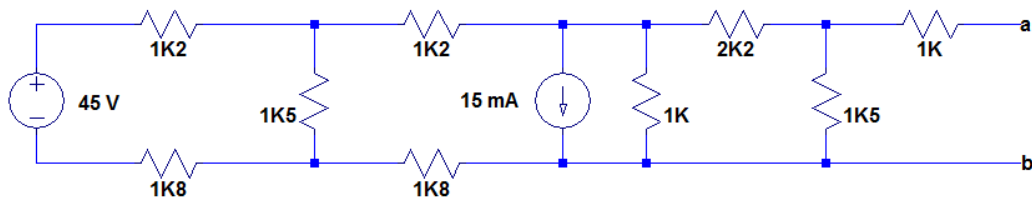
$$R_{Th} = R3 + (R1 // R4 // (R5 + R6)) = 695 \Omega$$

2. Calcule o equivalente Thévenin do circuito abaixo, em relação ao resistor de valor R.

Ao analisarmos o circuito por superposição, verificamos que a fonte de 8 V esconde todo o resto do circuito dos terminais em que se encontra conectado o resistor R. Assim, o circuito equivalente é $V_{Th} = 8 \text{ V}$ e $R_{Th} = 1 \text{ K}\Omega$.



3. Calcule o equivalente Norton do circuito abaixo, em relação aos terminais a e b.

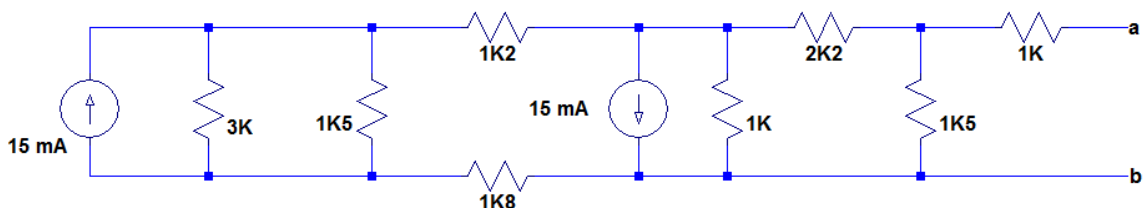


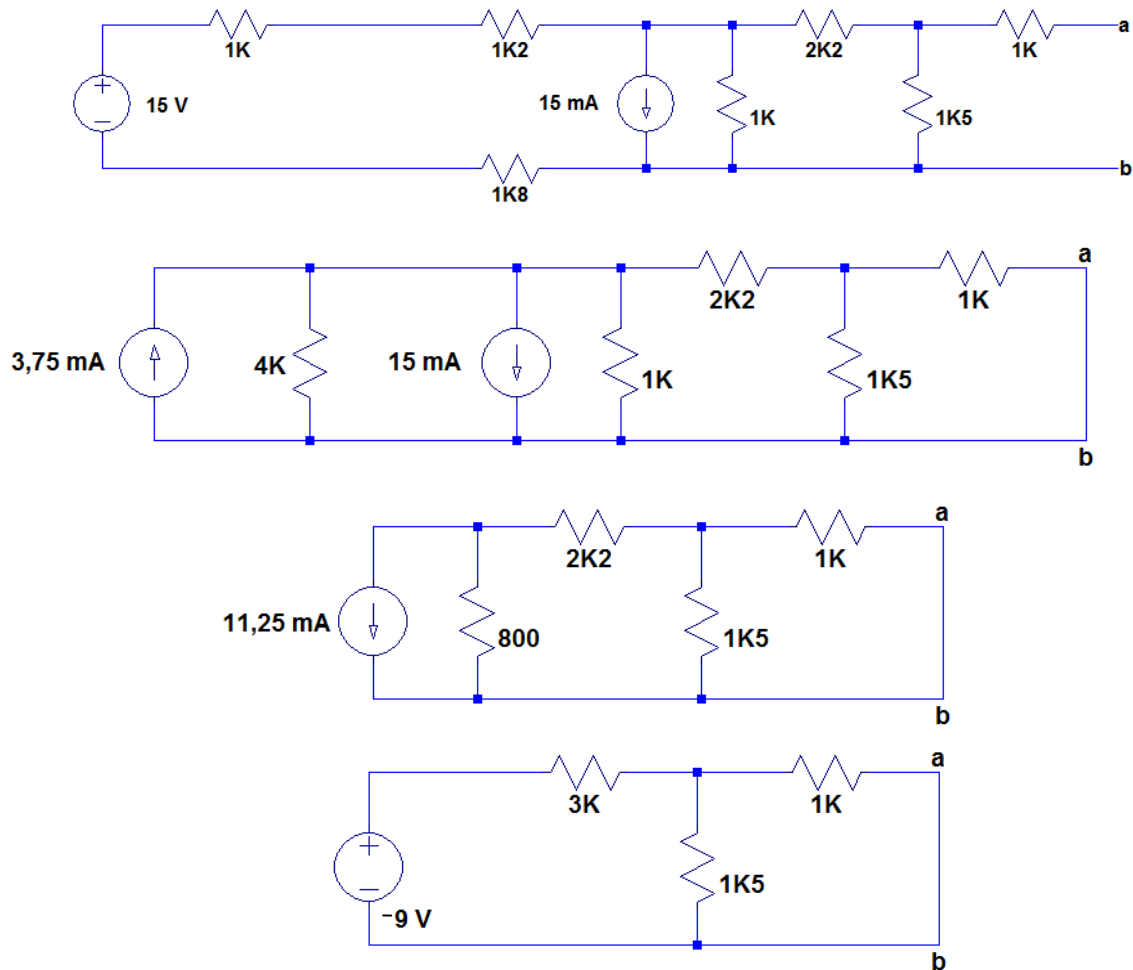
Matando todas as fontes do circuito, podemos calcular R_N pela associação dos resistores:

$$R_N = ((((((1K2 + 1K8) // 1K5) + 1K2 + 1K8) // 1K) + 2K2) // 1K5) + 1K = 2 K\Omega$$

Para calcular I_N , curto-circuitamos a e b e calculamos a corrente através do último resistor de 1K.

Por transformação de fontes, podemos simplificar o lado esquerdo do circuito para facilitar o cálculo de I_N .

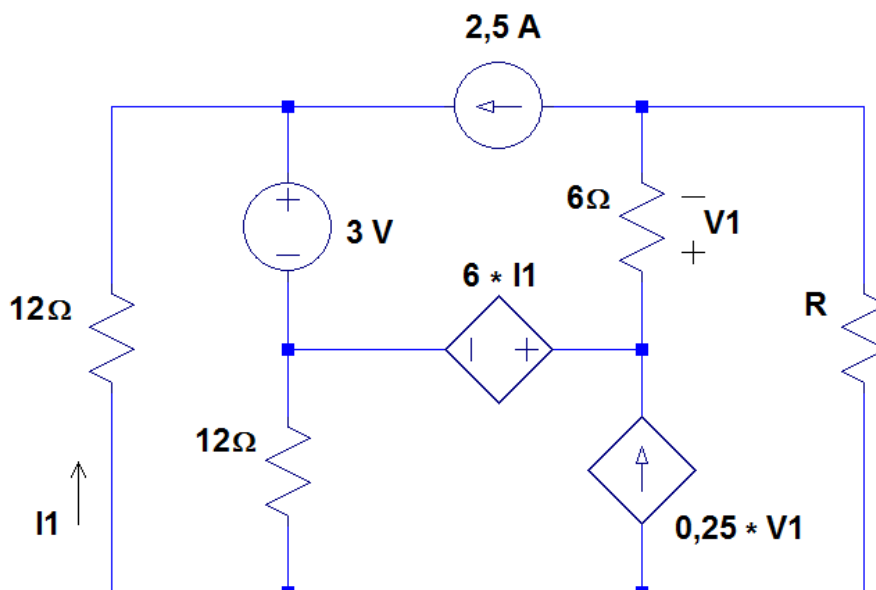




Com esta última simplificação, podemos calcular:

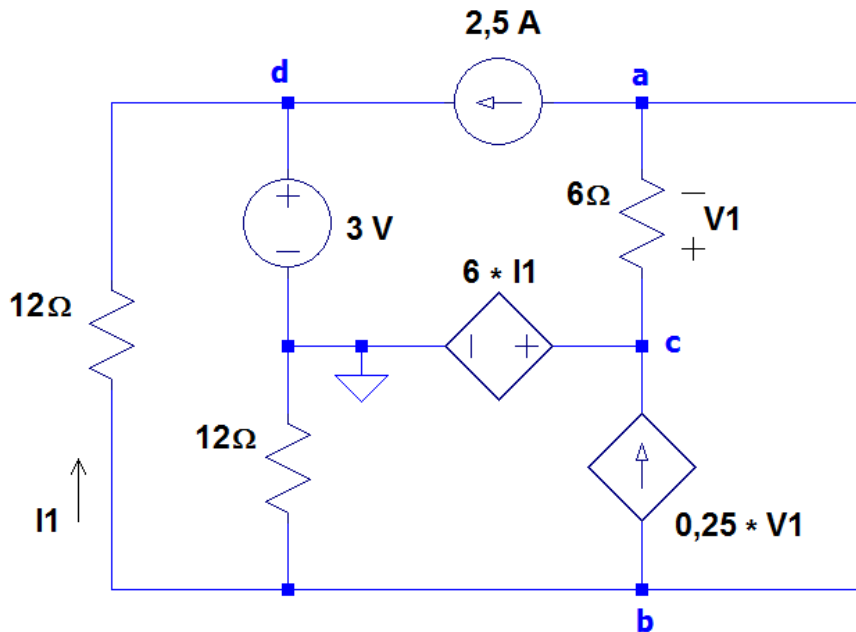
$$I_N = (-9 / (3\text{ K} + (1\text{ K} // 1\text{ K5}))) * (1\text{ K5} / (1\text{ K} + 1\text{ K5})) = -1,5\text{ mA}$$

4. Calcule o equivalente Norton do circuito abaixo, em relação ao resistor de valor R.





Por equação de nós, podemos resolver o circuito abaixo para identificar V_{Th} :



Para o nó a: $V_a * (1/6) - V_c * (1/6) = -2,5$

Para o nó b: $V_b * (1/12 + 1/12) - V_d * (1/12) = -0,25 * V_1$

Para o nó c: $V_c = 6 * I_1$

Para o nó d: $V_d = 3$

$I_1 = (V_b - V_d)/12$, portanto $V_c = V_b/2 - 1,5$

$V_1 = V_c - V_a$, portanto $V_1 = V_b/2 - V_a - 1,5$

Simplificando as duas primeiras equações com os resultados das 4 últimas, temos:

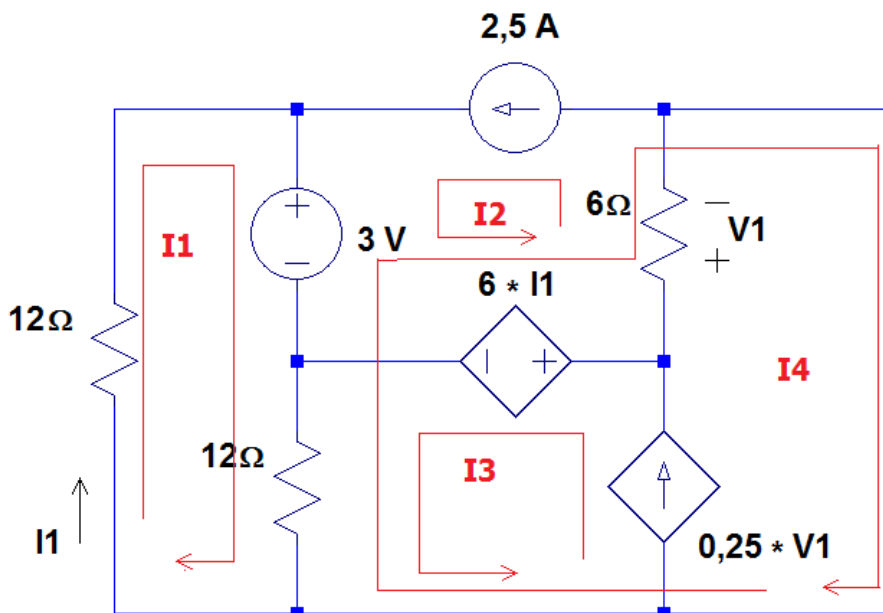
$V_a - 0,5 * V_b = -16,5 \rightarrow (* -3) \rightarrow -3 * V_a + 1,5 * V_b = 49,5$

$2 * V_b - 3 = -3 * V_b/2 + 3 * V_a + 4,5 \rightarrow 3 * V_a - 3,5 * V_b = -7,5$

Portanto, $V_b = -42/2 = -21$ V, e então $V_a = -27$ V

Como, $V_{Th} = V_a - V_b$, então $V_{Th} = -6$ V

Para o cálculo de I_N , podemos analisar por laços o circuito abaixo:





$$\text{Para o laço 1: } I_1 * (12 + 12) + I_3 * (12) - I_4 * 12 = -3$$

$$\text{Para o laço 4: } I_4 * (12 + 6) - I_1 * 12 + I_2 * 6 - I_3 * 12 = 6 * I_1$$

$$\text{Para o laço 2: } I_2 = 2,5 \text{ A}$$

$$\text{Para o laço 3: } I_3 = 0,25 * V_1$$

$$V_1 = 6 * (I_4 + I_2)$$

Simplificando as duas primeiras equações com os resultados das 3 últimas, temos:

$$24 * I_1 + 18 * I_4 + 18 * 2,5 - 12 * I_4 = -3 \rightarrow 24 * I_1 + 6 * I_4 = -48 \rightarrow I_4 = -4 * I_1 - 8$$

$$18 * I_4 - 12 * I_1 + 6 * 2,5 - 18 * I_4 - 18 * 2,5 = 6 * I_1 \rightarrow 18 * I_1 = 15 - 45 \rightarrow I_1 = -5/3 \text{ A}$$

$$\text{Então, } I_4 = 20/3 - 8 = -4/3 \text{ A}$$

$$\text{Como } I_N = I_4, I_N = -4/3 \text{ A}$$

$$\text{Como, } R_N = V_{Th} / I_N, \text{ então } R_{Th} = -6 / (-4/3) = 4,5 \Omega$$